

Selection Guaranteed here

# *Develop India Group*

Visit at : <https://www.developindiagroup.co.in/>

---

## **You can find here**

**Current Affairs | Latest Jobs | Syllabus | Admit  
Cards | Question Papers | cut off |  
Answer keys | Results**

---

*Develop India Group India's largest online complete study notes providing website. We are providing complete study notes for UPSC Exams and all state civil services examinations like UPPSC, MPPSC, BPSC, JPSC, CGPSC, UKPSC, RAS/RTS etc. Except in these exams we are providing study notes for Judicial, IIT JEE, Engineering and medical entrance, GATE, CSIR, UGC NET, Banking, RRB and SSC exams.*

---

Visit this site for more : <https://www.developindiagroup.co.in/>

प्रयोग अभिकल्पनाओं  $H_0 : \theta = \theta_0$  अथवा  $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$  के परीक्षण के लिये अनुक्रमित प्रायिकता अनुपात परीक्षण दीजिये, जबकि प्रतिचयन निम्न प्रसामान्य घनत्व से है

$$f(x; \theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \theta}{\sigma} \right)^2 \right] \quad -\infty < x < \infty$$

जहाँ  $\sigma$  ज्ञात है। OC फलन तथा ASN फलन भी ज्ञात कीजिये।

10. (a) Derive the probability density function and moment generating function of  $p$ -variate normal distribution. 20

$p$ -चर प्रसामान्य बंटन के प्रायिकता घनत्व फलन तथा आवूर्ण जनन फलन ज्ञात कीजिये।

- (b) Obtain the characteristic function of a Wishart distribution and also describe its various properties. 20

विशार्ट बंटन का अभिलक्षण फलन प्राप्त कीजिये तथा इसके विभिन्न गुणधर्मों को भी समझाइये।

\*\*\*

## STATISTICS

सांख्यिकी

PAPER—I

प्रश्न-पत्र—I

Full Marks : 200

पूर्णांक : 200

Time : 3 hours

समय : 3 घण्टे

The figures in the margin indicate full marks

हाशिये में पूर्णांक दिए गए हैं

Candidates are required to answer five questions in which Question No. 1 is compulsory

परीक्षार्थियों को पाँच प्रश्नों के उत्तर देने हैं, जिनमें

प्रश्न संख्या 1 अनिवार्य है

1. Write on/Answer any four of the following : 10×4=40

निम्नलिखित में से किन्हीं चार पर लिखिये/के उत्तर दीजिये :

(a) Bayes' theorem

बेस प्रमेय

(b) Joint, marginal and conditional distributions

संयुक्त, सीमान्त और प्रतिबंध बंटन

- (c) Maximum likelihood estimation method  
महत्तम सम्भावित आकलन विधि
- (d) Cramer-Rao inequality  
क्रैमर-राव असमता
- (e) Explain central limit theorem.  
सेंट्रल लिमिट प्रमेय को समझाइये।
- (f) Define multiple and partial correlation coefficients.  
बहु-सहसम्बन्ध और आंशिक सह-सम्बन्ध गुणांकों को परिभाषित कीजिये।
- (g) Define Hotelling  $T^2$  statistic.  
होटेलिंग  $T^2$  प्रतिदर्शज को परिभाषित कीजिये।
- (h) Explain the method of analysis of variance.  
प्रसरण-विश्लेषण की विधि को समझाइये।
2. (a) Give the definition of classical probability. State and prove additive theorem of probability for  $n$  events. What is the result if the events are mutually exclusive?  
15
- प्रायिकता की चिरप्रतिष्ठित परिभाषा दीजिये।  $n$  घटनाओं के लिए प्रायिकता के योगात्मकता प्रमेय को व्यक्त और सिद्ध कीजिये। यदि घटनायें परस्पर अपवर्ती हों, तो परिणाम क्या होगा?

- समाश्रयण विश्लेषण से आप क्या समझते हैं? निम्न दो समाश्रयण रेखाओं के लिये
- $$8x - 11y + 66 = 0$$
- $$40x - 18y - 214 = 0$$
- ज्ञात कीजिये—
- (i)  $x$  और  $y$  के माध्य;
- (ii) सहसम्बन्ध गुणांक;
- (iii)  $x = 9$  के लिये  $y$  का सर्वोत्तम मान।
9. (a) Differentiate between parametric and non-parametric tests. State the assumption of non-parametric test. Name a test which is both parametric as well as non-parametric. Explain median test.  
20
- प्राचलिक एवं अप्राचलिक परीक्षणों में अन्तर कीजिए। अप्राचलिक परीक्षणों में गृहित परिकल्पनाओं को व्यक्त कीजिये। एक परीक्षण का नाम दीजिये, जो प्राचल एवं अप्राचल दोनों ही हैं। मध्यिका परीक्षण की व्याख्या कीजिए।
- (b) Give the sequential probability ratio test for testing  $H_0 : \theta = \theta_0$  against  $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$  in sampling from normal density
- $$f(x; \theta) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp \left[ -\frac{1}{2} \left( \frac{x - \theta}{\sigma} \right)^2 \right] \quad -\infty < x < \infty$$
- where  $\sigma$  is known. Also, obtain its OC function and ASN function.  
20

(b) When the values of  $x$  are equidistant, explain how change of origin helps in estimating the constants of equation of first degree.

जब  $x$  के मूल्य समान दूरी पर हों, तो समझाइये कि उद्गम का बदलाव किस प्रकार एकघाती समीकरण स्थिरांकों का आकलन करने में मदद करता है।

8. (a) What does correlation coefficient measure? Show that zero correlation coefficient does not mean that variables are independent. Explain what zero correlation mean then.

सहसम्बन्ध गुणांक क्या मापता है? दर्शाइये कि शून्य सहसम्बन्ध गुणांक का तात्पर्य यह नहीं है कि चर स्वतंत्र है। तब समझाइये कि शून्य सहसम्बन्ध गुणांक का क्या तात्पर्य है।

(b) What do you mean by regression analysis? For the following two lines of regression

$$8x - 11y + 66 = 0$$

$$40x - 18y - 214 = 0$$

find the—

(i) mean values of  $x$  and  $y$ ;

(ii) correlation coefficient;

(iii) best value of  $y$  for  $x = 9$ .

20

20

20

(b) Define random variable and probability density function. If

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-2x}, & \text{if } x \geq 0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

find the value of  $k$ , so that  $f(x)$  is a p.d.f. 15

यदृच्छिक चर व प्रायिकता घनत्व को परिभाषित कीजिये। यदि

$$f(x) = \begin{cases} ke^{-2x}, & \text{यदि } x \geq 0 \\ 0, & \text{अन्यथा} \end{cases}$$

हो, तो  $k$  का मान ज्ञात कीजिये, ताकि  $f(x)$  एक प्रायिकता घनत्व फलन हो।

(c) State Chebyshev's inequality. A symmetric die is thrown 600 times. Find the lower limit found for the probability of getting 80 to 120 sixes. 10

चेबीशेव असमयिका को व्यक्त कीजिये। एक सममित पाँसा 600 बार उछाला जाता है। 80 और 120 बार संख्या छः आने की प्रायिकता की निचली सीमा ज्ञात कीजिये।

3. (a) Define conditional expectation and covariance. If  $X$  and  $Y$  are independent random variables, then prove that—

(i)  $E(XY) = E(X)E(Y)$ ;

(ii)  $\text{var}(aX + bY) = a^2 \text{var}(X) + b^2 \text{var}(Y)$ . 15

प्रतिबंधित प्रत्याशा और सह-विसरण को परिभाषित कीजिये। यदि  $X$  और  $Y$  स्वतंत्र यादृच्छिक चर हैं, तो सिद्ध कीजिये—

(i)  $E(XY) = E(X)E(Y)$ ;

(ii)  $\text{var}(aX + bY) = a^2 \text{var}(X) + b^2 \text{var}(Y)$ .

(b) The first three moments of a distribution about the value 2 of the variable are 1, 16 and -40. Show that the  $\mu_1 = 0$ ,  $\mu_2 = 15$  and  $\mu_3 = -86$ . Also show that the first three moments about the origin are 3, 24 and 76.

15

किसी बंटन के मूल्य 2 से लिये गये प्रथम तीन आधूर्ण क्रमशः 1, 16 और -40 हैं। सिद्ध कीजिये कि  $\mu_1 = 0$ ,  $\mu_2 = 15$  और  $\mu_3 = -86$  हैं। यह भी सिद्ध कीजिये कि मूलबिन्दु से लिये गये प्रथम तीन आधूर्ण क्रमशः 3, 24 और 76 हैं।

(c) Prove that the correlation coefficient is the geometric mean of the regression coefficients.

10

सिद्ध कीजिये कि सहसम्बन्ध गुणांक समाश्रयण गुणांकों का गुणोत्तर माध्य होता है।

6. (a) State and prove Neyman-Pearson lemma. Obtain the most powerful test for testing  $H_0 : \theta = \theta_0$  against  $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$ , based on a random sample of size  $n$ , from a population with density function  $f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}$ ,  $x \geq 0$ .  
नेमन-पियर्सन लेमा लिखिये और उसे सिद्ध कीजिये। यदि एक ऐसे समष्टि से जिसका घनत्व फलन निम्नांकित हो

$$f(x; \theta) = \theta e^{-\theta x}, \quad x \geq 0$$

$n$  साइज का यादृच्छिक प्रतिदर्श लिया गया हो, तो परीक्षण  $H_1 : \theta = \theta_1 (> \theta_0)$  के सापेक्ष  $H_0 : \theta = \theta_0$  के परीक्षण के लिये सज्जतम परीक्षण ज्ञात कीजिये।

20

(b) State the various applications of  $\chi^2$ -test, stating clearly the hypothesis tested and assumptions made.

20

$\chi^2$ -परीक्षण के विभिन्न अनुप्रयोग बताइये। यह स्पष्ट रूप से बताइये कि कौन-सी परीक्षणना की जाँच की जाती है और उसके लिये क्या-क्या संकल्पनायें की जाती हैं।

7. (a) What is the principle of least squares? Explain its use in obtaining an equation of second-degree parabola.

20

न्यूनतम वर्ग का सिद्धान्त क्या है? द्विघाती परवलय का समीकरण ज्ञात करने में इसके उपयोग को समझाइये।

4. (a) Define the characteristic function of a random variable. Show that the characteristic function of the sum of two independent variables is equal to the product of their characteristic functions. 15  
 एक यादृच्छिक चर के अभिलक्षण फलन की परिभाषा दीजिये। सिद्ध कीजिये कि दो स्वतंत्र चरों के योग का अभिलक्षण फलन उनके अभिलक्षण फलनों के गुण के बराबर होता है।
- (b) What are moments? Explain the procedure of calculating the first four moments about the mean. 15  
 परिघात किसे कहते हैं? माध्य से प्रथम चार परिघातों के परिगठन की विधि स्पष्ट कीजिये।
- (c) Define a Poisson variate. Give its two examples. Derive p.m.f. of Poisson distribution. 10  
 प्वासों चर की परिभाषा दीजिये। इसके दो उदाहरण दीजिये। प्वासों बंटन की प्रायिकता द्रव्यमान फलन ज्ञात कीजिये।
5. (a) Explain the concepts of consistency, efficiency and sufficiency of estimators, giving suitable examples. 15  
 आकलकों के सामंजस्यता, दक्षता एवं पर्याप्ति की संकल्पनाओं पर उचित उदाहरणों द्वारा प्रकाश डालिये।

(b) If  $x_1, x_2, \dots, x_n$  denotes a random sample from a population with probability function

$$f(x; \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}; \quad x = 0, 1$$

and if  $T = x_1 + x_2 + \dots + x_n$ , then show that

$$\frac{T(T-1)}{n(n-1)}$$

is an unbiased estimator of  $\theta^2$ .

15

एक ऐसे समष्टि से जिसका प्रायिकता फलन निम्नांकित है

$$f(x; \theta) = \theta^x (1 - \theta)^{1-x}; \quad x = 0, 1$$

यदि एक यादृच्छिक प्रतिरक्षा  $x_1, x_2, \dots, x_n$  लिया गया हो और  $T = x_1 + x_2 + \dots + x_n$  हो, तो सिद्ध कीजिये कि  $\theta^2$  का एक अनभिनत आकलक

$$\frac{T(T-1)}{n(n-1)}$$

होगा।

(c) What do you understand by interval estimation? Give its description stating its relationship with testing of hypothesis.

10

अन्तराल आकलन से आप क्या समझते हैं? परिकल्पना परीक्षण से सम्बन्ध बतलाते हुये इसका वर्णन कीजिये।

STATISTICS

सांख्यिकी

PAPER—II

प्रश्न-पत्र—II

Full Marks : 200

पूर्णांक : 200

Time : 3 hours

समय : 3 घण्टे

*The figures in the margin indicate full marks*

हाशिये में पूर्णांक दिए गए हैं

Candidates are required to answer **five** questions in which Question No. **1** is compulsory

परीक्षार्थियों को **पाँच** प्रश्नों के उत्तर देने हैं, जिनमें

प्रश्न संख्या **1** अनिवार्य है

1. Answer any *four* questions of the following :

10×4=40

निम्नलिखित में से किन्हीं चार प्रश्नों के उत्तर दीजिये :

(a) Explain sampling and non-sampling errors in a survey.

एक सर्वेक्षण में प्रतिचयन त्रुटि और अप्रतिचयन त्रुटि को समझाइये।

(b) What do you mean by probability sampling and non-probability sampling?

प्रायिकता प्रतिचयन और अप्रायिकता प्रतिचयन से आप क्या समझते हैं?

12Y—100/60

( Turn Over )



- (c) What is two-stage sampling?  
द्विचर प्रतिचयन क्या है?
- (d) What is meant by a factorial experiment?  
बहुउपादानीय प्रयोग से क्या अभिप्राय है?
- (e) What is lattice design?  
लैटिस अभिकल्पना क्या है?
- (f) What do you understand by statistical quality control?  
सांख्यिकीय गुण-नियन्त्रण से आप क्या समझते हैं?
- (g) What is linear programming problem?  
रैखिक प्रक्रमण समस्या क्या है?
- (h) What is transportation problem?  
यातायात समस्या क्या है?
2. (a) Define simple random sampling. Prove that the sample mean  $\bar{y}$  and the sample mean square  $s^2$  are unbiased for population mean  $\bar{Y}$  and population mean square  $S^2$  in simple random sampling without replacement.

सरल यादृच्छिक प्रतिचयन को परिभाषित कीजिये। सिद्ध कीजिये कि बिना प्रतिस्थापना वाले सरल यादृच्छिक प्रतिचयन में प्रतिचयन माध्य  $\bar{y}$  व प्रतिचयन वर्ग माध्य  $s^2$  समष्टि के माध्य  $\bar{Y}$  व वर्ग माध्य  $S^2$  का अनभिनत आकलक होता है।

15

9. (a) What are the principal columns of a life-table? Explain their significance and inter-relationship. Mention the uses of life-table.  
जीवन-सारणी के मुख्य स्तम्भ क्या हैं? उनके अर्थ तथा उनके बीच सम्बन्धों को समझाइये। जीवन-सारणी के उपयोगों का वर्णन कीजिये।
- (b) Describe different measures of fertility. Distinguish between the net reproduction rate and gross reproduction rate. उर्वरता के विभिन्न मापों का वर्णन कीजिये। शुद्ध प्रजनन दर एवं सकल प्रजनन दर में भेद बताइये।
10. (a) Give details of  $\sigma$ -scaling of scores. Compare  $T$ -scores and standard scores. स्कोर के  $\sigma$ -परिमाण की व्याख्या कीजिये।  $T$ -स्कोर और मानक स्कोर की तुलना कीजिये।
- (b) What do you mean by Intelligence Quotient (IQ)? Describe the procedure and tests for measuring IQ. बुद्धिमत्ता भजनफल (IQ) से आप क्या समझते हैं? IQ की गणना करने की विधि एवं परीक्षण की व्याख्या कीजिये।

\*\*\*

7. (a) Define a time series. Mention its important components with illustrations and describe a method of smoothing of time series. 20

एक काल श्रेणी को परिभाषित कीजिये। इसके मुख्य घटकों का उदाहरण सहित वर्णन कीजिये और काल श्रेणी के मसूणीकरण की एक विधि का वर्णन कीजिये।

- (b) Explain how trend is obtained by the method of moving averages in the analysis of a time series. What are the merits and demerits of the method? 20

काल श्रेणी के विश्लेषण में गतिमान माध्य विधि द्वारा उपनति कैसे प्राप्त की जाती है? वर्णन कीजिये। इस विधि के गुण व अवगुण क्या हैं?

8. (a) How are 'cost of living index numbers' constructed? Describe briefly the problems involved and suggest their solutions. 20

'जीवन-निर्वाह व्यय सूचकांकों' का निर्माण किस प्रकार होता है? इससे संबंधित समस्याओं का संक्षिप्त वर्णन कीजिये और उनके समाधान के लिये सुझाव दीजिये।

- (b) Describe different tests for index numbers and examine Laspeyre's formula and Paasche's formula in the light of them. 20

सूचकांकों के विभिन्न परीक्षणों का वर्णन कीजिये तथा इनके संदर्भ में लेस्पीयर और पासे के सूत्रों की जाँच कीजिये।

- (b) Discuss in detail the problem of allocation in stratified random sampling. In the usual notations show that

$$V_{\text{opt}} \leq V_{\text{poop}} \leq V_{\text{SRS}}$$

15

स्तरित प्रतिचयन में नियतन समस्या की विस्तारपूर्वक विवेचना कीजिये। सामान्य संकेतों में सिद्ध कीजिये कि

$$V_{\text{opt}} \leq V_{\text{poop}} \leq V_{\text{SRS}}$$

- (c) Give a detailed comparison of complete enumeration and sample surveys. 10

सम्पूर्ण गणना और प्रतिदर्श सर्वेक्षण की विस्तृत तुलना कीजिये।

3. (a) Obtain the sampling variance of the mean based on systematic sample and compare this variance with that based on simple random sampling and stratified random sampling. 20

व्यवस्थित प्रतिदर्श पर आधारित माध्य का प्रतिचयन प्रसरण प्राप्त कीजिये और इस प्रसरण की तुलना, सरल यादृच्छिक प्रतिचयन एवं स्तरित प्रतिचयन पर आधारित माध्यों के प्रसरणों से कीजिये।

- (b) What is cluster sampling? Give its advantages and disadvantages. How does it differ from a two-stage sampling? 20

एक गुच्छ प्रतिचयन क्या है? इसके लाभ और हानि बताइये। यह एक द्वि-चरणीय प्रतिचयन से किस प्रकार भिन्न है?

( 4 )

4. (a) Differentiate between a 'completely randomized design' and a 'randomized block design'. Illustrate your answer. 15

'पूर्ति: यादृच्छिकीकृत अभिकल्पना' तथा 'यादृच्छिकीकृत खंडक अभिकल्पना' में क्या अन्तर है? उदाहरण सहित बताइये।

- (b) Discuss with suitable illustration the role of randomization, replication and local control in design of experiments. 15

उपयुक्त उदाहरणों सहित प्रयोग अभिकल्पना में यादृच्छिकीकरण, पुनः प्रयोग व स्थानीय नियंत्रण की भूमिका की विवेचना कीजिये।

- (c) What is the use of missing plot technique? 10

अप्राप्त क्षेत्रक तकनीक का क्या उपयोग है?

5. (a) What are the principles underlying the construction of quality control charts? How do they control quality? Explain in detail  $p$  and  $np$  charts. 20

गुणता नियंत्रण चित्रों के निर्माण के अन्तर्निहित सिद्धान्त क्या हैं? ये गुणता को किस प्रकार नियंत्रित करते हैं?  $p$  और  $np$  चित्रों की विस्तार से व्याख्या कीजिये।

12Y—100/60

( Continued )

( 5 )

- (b) Explain the concept of producer's and consumer's risk in sampling inspection schemes. Define the average sample number (ASN) and average outgoing quality (AOQ) in the case of double-sampling inspection. 20

प्रतिचयन निरीक्षण योजना में उत्पादक एवं उपभोक्ता के जोखिम के सिद्धान्तों का वर्णन कीजिये। द्विप्रतिचयन आयोजना में ASN एवं AOQ को परिभाषित कीजिये।

6. (a) What is OR? Give an account of the scope of OR. Also enumerate various types of models. 20

OR क्या है? OR के उद्देश्य का लेखा-जोखा दीजिये। विभिन्न प्रतिमानों का भी विवरण दीजिये।

- (b) What is queueing problem? Show that if the interarrival times are negatively exponentially distributed, the number of arrivals in a time period is a Poisson process and conversely. 20

पंक्ति समस्या क्या है? यदि मध्य आगमन समय ऋणात्मक प्रतिपादकीय है, तो दिखाइये कि एक समय अन्तराल में आगमनों की संख्या प्वासॉ प्रोसेस है और इसका विपरीत भी दिखाइये।

12Y—100/60

( Turn Over )